

Inversion de données courants de Foucault régularisée basée sur un modèle direct par éléments finis

ADRIEN TRILLON^{1,2,3}, FRÉDÉRIC SIROIS², JÉRÔME IDIER³, YVES GOUSSARD²,

NICOLAS PAUL¹ ET ALEXANDRE GIRARD¹

adrien.trillon@ircyn.ec-nantes.fr, f.sirois@polymtl.ca, jerome.idier@ircyn.ec-nantes.fr, yves.goussard@polymtl.ca, nicolas.paul@edf.fr, alexandre.girard@edf.fr



¹EDF R&D, Chatou, France

²Ecole Polytechnique de Montréal, Montréal, Canada

³IRCYN (CNRS UMR 6597, CNRS-ECN-UdN-EMN), Nantes, France

Résumé

Une méthode de reconstruction de défauts à partir de données courants de Foucault est proposée. Cette méthode tire profit de la flexibilité de la modélisation par éléments finis et de la bilinéarité des équations électromagnétiques comme les méthodes de type CSI [1]. On obtient ainsi une méthode rapide et facile à implémenter.

Introduction

- Contrôle non destructif de plaques métalliques de partition de générateur de vapeur [2].
- Méthode proposée par [2] basée sur :
 - l'identification d'un modèle **linéaire** à partir de défauts;
 - l'inversion pour un défaut inconnu avec le modèle identifié.
- **Objectif** : Développer une méthode d'inversion plus précise exploitant un modèle physique non linéaire du problème direct.

A. Modèle direct

On développe un modèle direct liant :

- $\Delta Z = \{\Delta Z_\ell\}_{\ell=1,\dots,L}$: la variation d'impédance;
- \mathbf{e} : le champ électrique;
- \mathbf{x} : le contraste.

Résolution de l'équation d'Helmholtz :

$$\Delta E - j\omega\mu_0\sigma E = j\omega\mu_0 J_c$$

Méthode des éléments finis (EF) utilisée [3] :

- Equation de couplage :

$$\mathbf{M}\mathbf{e}_\ell + \mathbf{K}_x\mathbf{e}_\ell = \mathbf{f}_\ell$$

- Equation d'observation :

$$\Delta Z_\ell = \mathbf{q}_\ell^t (\mathbf{K}_{x0} - \mathbf{K}_x) \mathbf{e}_\ell$$

Bilinéarité traduite par :

$$\mathbf{K}_x\mathbf{e}_\ell = \mathbf{K}_e\mathbf{x}$$

Références

- [1] P. M. van den Berg et A. Abubakar "Contraste source inversion method: state of art", *Progress In Electromagnetics Research*, 2001.
- [2] S. Dubost, L. Chatellier, F. Peisey, Y. Goussard et R. Guichard "Characterization of small surface-breaking defects with eddy current sensor measurements", *ECNDT*, Berlin, Allemagne, septembre 2006.
- [3] P. P. Silvester et R. L. Ferrari "Finite Element for Electrical Engineers", *Cambridge University Press*, 1996.
- [4] M. Soleimani, W. R. Lionheart, A. J. Peyton, M. Xiandong, et S. R. Higson "A three-dimensional inverse finite-element method applied to experimental eddy-current imaging data", *IEEE Trans. Magn.*, vol. 42, no. 5, pp. 1560–1567, 2006.
- [5] A. Trillon, A. Girard, J. Idier, Y. Goussard, F. Sirois, S. Dubost et N. Paul "Eddy current tomography based on a finite difference forward model with additive regularization", *QNDE*, Kingston, RI, USA, juillet 2009.
- [6] C. Zhu, R. H. Byrd, P. Lu et J. Nocedal "Algorithm 778. L-BFGS-B: Fortran Subroutines for Large-Scale Bound Constrained Optimization", *ACM Trans. on Math. Soft.*, vol. 23, no. 4, pp. 550–560, 1997.

B. Modèle inverse

Résolution du problème par minimisation d'un critère.

Méthode "classique" :

- Élimination de la variable électromagnétique [4] \Rightarrow **problème non linéaire**.

Méthodes de type CSI :

- Exploitent la bilinéarité des équations [1].

Critère minimisé :

$$\mathcal{J}(\mathbf{e}, \mathbf{x}; \lambda, \beta, \gamma, \delta) = J_1 + \lambda J_2 + \phi(\mathbf{x}; \beta, \gamma, \delta)$$

- Adéquation aux données :

$$J_1 = \sum_\ell \|\Delta Z_\ell - \mathbf{q}_\ell^t (\mathbf{K}_{x0} - \mathbf{K}_x) \mathbf{e}_\ell\|^2$$

- Respect des équations de couplage :

$$J_2 = \sum_\ell \|\mathbf{M}\mathbf{e}_\ell + \mathbf{K}_x\mathbf{e}_\ell - \mathbf{f}_\ell\|^2$$

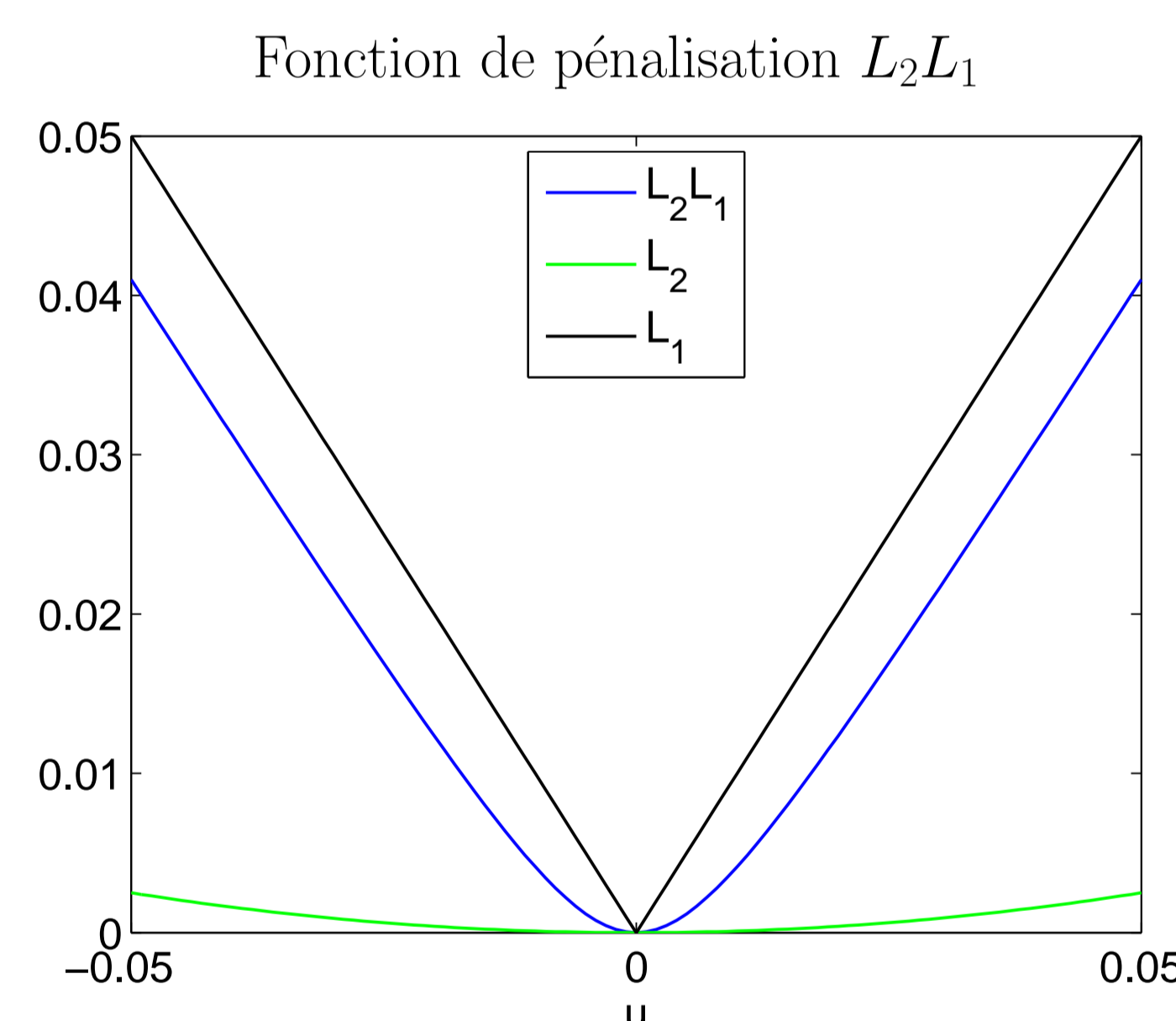
- Terme de régularisation [5] :

$$\phi(\mathbf{x}; \beta, \gamma, \delta) = \beta\psi(\mathbf{D}\mathbf{x}; \delta) + \gamma|\mathbf{x}|$$

- Fonction L_2L_1 :

$$\psi(u; \delta) = \sqrt{u^2 + \delta^2}$$

- $\psi(\mathbf{D}\mathbf{x}; \delta)$: préserve les contours;
- $|\mathbf{x}|$: rappel à 0 et représentation parcimonieuse.



- **Contraintes** : $\mathbf{x} \in [0, 1]^N$ grâce à un algorithme de minimisation sous contraintes de bornes [6].

Minimisation du critère

Entrées: L nombre de mesures.

Sorties: \mathbf{x} le défaut.

Calcul \mathbf{e}_0 ;

Initialisation : $n \leftarrow 1$, $\{\mathbf{e}_\ell^{(0)}\}_{\ell=1,\dots,L}$ et $\mathbf{x}^{(0)}$;

répéter

pour $\ell = 1$ à L **faire**

$\mathbf{e}_\ell^{(n)} = \arg \min_{\mathbf{e}} J(\mathbf{x}^{(n-1)}, \mathbf{e}; \lambda, \beta, \gamma, \delta)$;

fin pour

$\mathbf{x}^{(n)} = \arg \min_{\mathbf{x} \in [0,1]^N} J(\mathbf{x}, \mathbf{e}^{(n)}; \lambda, \beta, \gamma, \delta)$;

$n \leftarrow n + 1$;

jusqu'à convergence

Retourner \mathbf{x} .

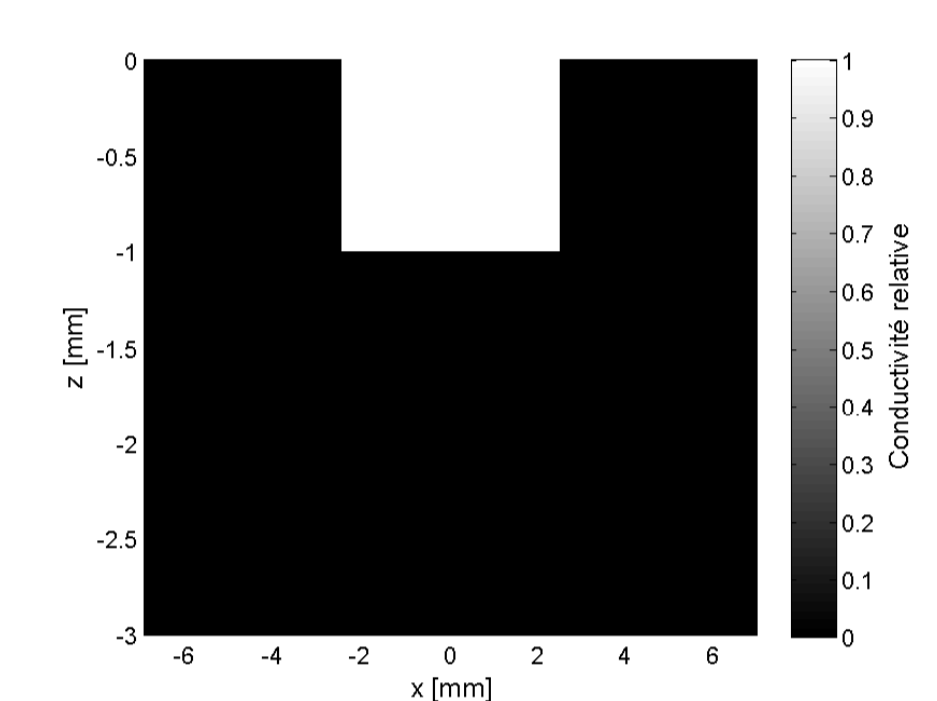
On veut trouver un jeu d'hyperparamètres $\{\lambda, \beta, \gamma\}$ sous-optimal efficace pour de nombreux défauts

C. Résultats expérimentaux

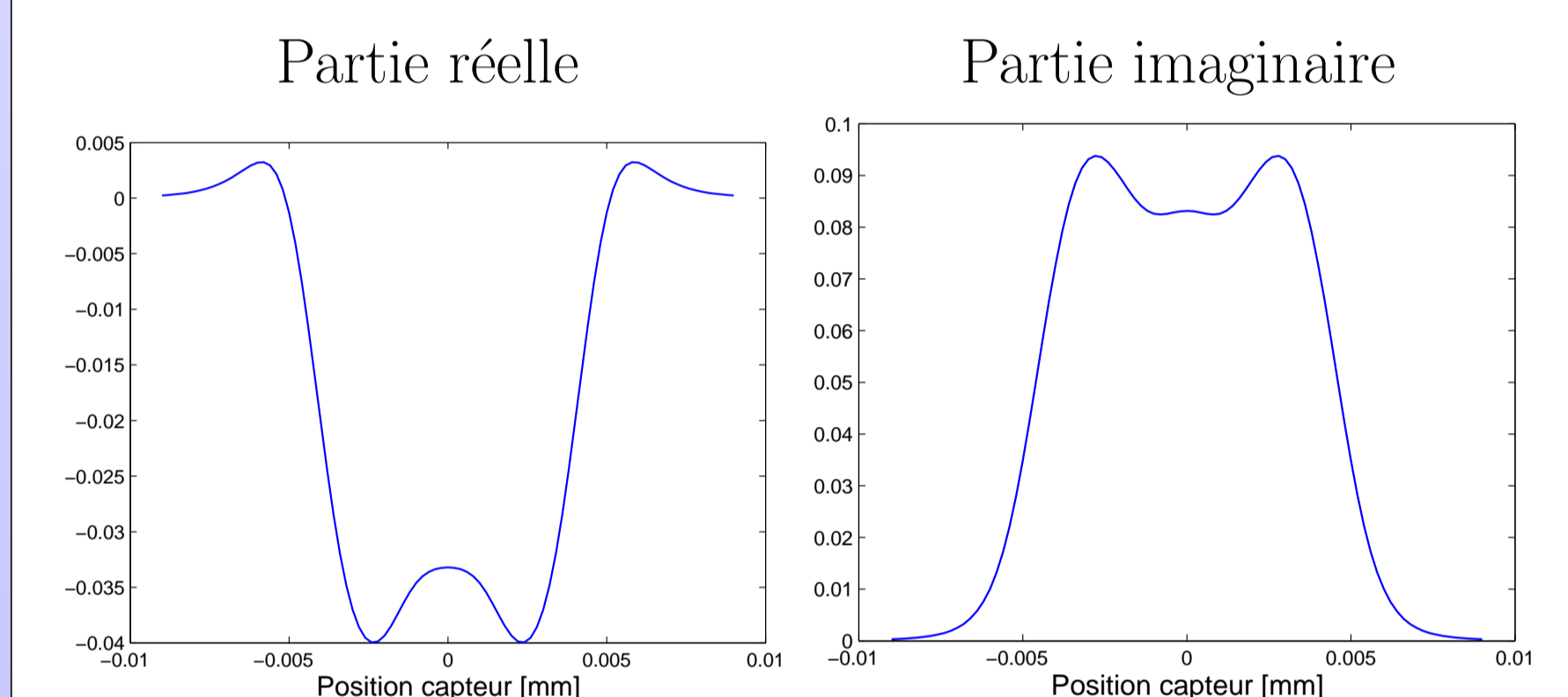
1. Évaluation du modèle direct

Simulation sur un défaut de longueur 5 mm et de 1 mm de profondeur par COMSOL.

Défaut simulé



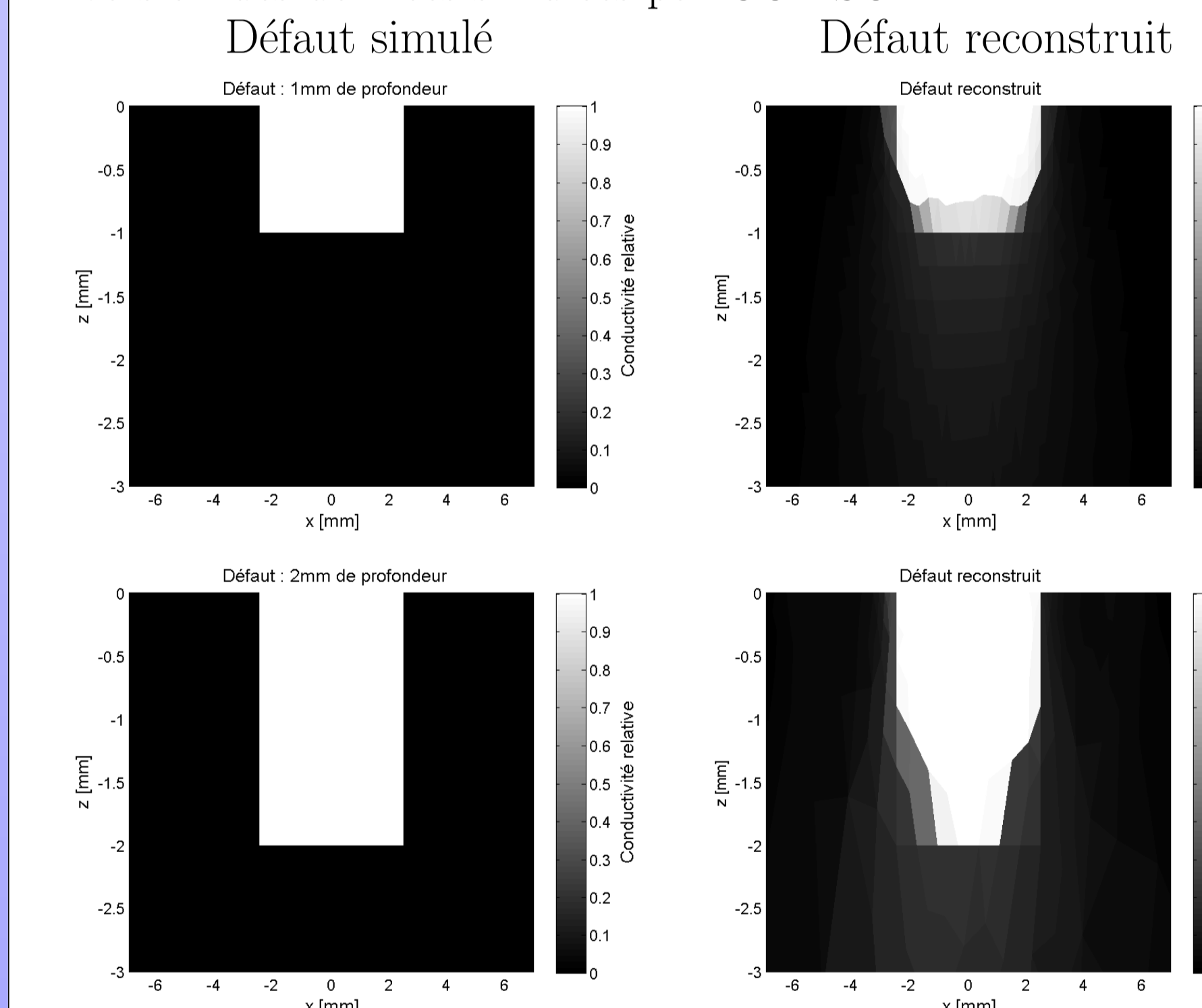
Données simulées :



Données de simulation par COMSOL et le modèle EF

2. Reconstruction

Inversion des données simulées par COMSOL.



Bonne reconstruction du défaut :

- longueur du défaut bien respectée;
- profondeur bien estimée.

Méthode efficace :

- jeu d'hyperparamètres sous-optimal exhibé et utilisé;
- pas de difficulté d'implémentation;
- temps de calcul raisonnable.

Perspectives

- couplage intégral pour la bobine;
- utilisation d'éléments d'arête;
- inversion en 3D.